**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ**

отчет

**по практической работе №2**

**по дисциплине «Вычислительная математика»**

Тема: **Изучение понятия обусловленности вычислительной задачи**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 8382 |  | Ларин А. |
| Преподаватель |  | Сучков А.И. |

Санкт-Петербург

2019

**Цель работы.**

Исследовать обусловленность нахождения корня уравнения для линейной функции.

**Основные теоретические положения.**

Под обусловленностью вычислительной задачи понимают чувствительность ее решения к малым погрешностям входных данных.

Задачу называют хорошо обусловленной, если малым погрешностям входных данных отвечают малые погрешности решения, и плохо обусловленной, если возможны сильные изменения решения. Количественной мерой степени обусловленности вычислительной задачи является число обусловленности, которое можно интерпретировать как коэффициент возможного возрастания погрешностей в решении по отношению к вызвавшим их погрешностям входных данных. Пусть между абсолютными погрешностями вводных данных *Х* и уравнения *Y* установлено неравенство:

, (1)

где *x*\* и *y*\* - приближенные входные данные и приближенное решение. Тогда величина  называется абсолютным числом обусловленности.

Если же установлено неравенство

, (2)

между относительными ошибками данных и решения, то величину  называют относительным числом обусловленности. Для плохо обусловленной задачи **>> 1. Грубо говоря, если **= 10*N*, где ** относительное число обусловленности, то порядок *N* показывает число верных цифр, которое может быть утеряно в результате по сравнению с числом верных цифр входных данных.

Ответ на вопрос о том, при каком значении  задачу следует признать плохо обусловленной, зависит, с одной стороны, от предъявляемых требований к точности решения и, с другой, от уровня обеспечиваемой точности исходных данных. Например, если требуется найти решение с точностью 0.1%, а входная информация задается с точностью 0.02%, то уже значение **= 10 сигнализирует о плохой обусловленности. Однако, при тех же требованиях к точности результата, гарантия, что исходные данные задаются с точностью не ниже 0.0001%, означает, что при **= 103 задача хорошо обусловлена.

Если рассматривать задачу вычисления корня уравнения *Y* = *f*(*X*), то роль числа обусловленности будет играть величина

, (3)

где - корень уравнения.

**Постановка задачи.**

Исследовать обусловленность задачи нахождения корня уравнения *f*(*x*)=0 для линейной функции *f*(*x*) = *c*(*x*-*d*). Значения функции *f*(*x*) следует вычислять приближенно с точностью *Delta* (точность входных данных), варьируемой в пределах от 0.1 до 0.000001. Корень уравнения будем находить методом бисекции с задаваемой точностью *Eps*. Порядок выполнения работы следующий:

* 1. Графически или аналитически отделить корень уравнения f(x)=0, т.е. найти отрезки , на которых функция удовлетворяет условиям применимости метода бисекции.
  2. Составить подпрограмму вычисления функции для параметров c и d, вводимых с клавиатуры. Предусмотреть округление вычисленных значений функции с использованием программы-функции с точностью , также вводимой с клавиатуры.
  3. Составить головную программу, вычисляющую корень уравнения с заданной точностью и содержащую обращение к подпрограмме , программам-функциям , и представление результатов.
  4. Провести вычисления по программе, варьируя значения параметров c (тангенс угла наклона прямой), (точность вычисления корня) и (точность задания сходных данных).
  5. Проанализировать полученные результаты и обосновать выбор точности вычисления корня. Сопоставить полученные теоретические результаты с экспериментальными данными.

**Выполнение работы.**

Метод бисекции состоит в построении последовательности вложенных друг в друга отрезков, на концах которых функция имеет разные знаки. Каждый последующий отрезок получается делением пополам предыдущего. Этот процесс позволяет найти нуль функции *f*(*x*) с любой заданной точностью.

Если рассматривать задачу вычисления корня уравнения *Y* = *f*(*X*), то роль числа обусловленности будет играть величина (3).

Определим абсолютное число обусловленности задачи вычисления корня:

. . (4)

Таким образом, с аналитической точки зрения абсолютное число обусловленности задачи вычисления корня обратно пропорционально величине тангенса угла наклона прямой. То есть, чем меньше модуль тангенса, тем хуже задача обусловлена.

Пусть *d* = 11. Найдем отрезок , на котором функция будет удовлетворять условиям применимости метода бисекции, то есть на концах данного отрезка значение функции должны быть разными по знаку и в его пределах должен быть лишь один корень.

В табл. 1 рассмотрим случай для *с* = 5, то есть *f*(*x*) = 5(*x*-11).

Таблица 1 – Поиск отрезка

|  |  |
| --- | --- |
| Значение *x* | Значение *f*(*x*) |
| 5 | -30 |
| 10 | -5 |
| 15 | 20 |
| 20 | 45 |

Проанализировав результаты табл.1, был получен отрезок [10;15].

Для построения табл.2, табл.3, табл.4, табл.5 была использована программа (см. Приложение А).

В табл. 2 *Eps* и *Delta* постоянные, изменяется *c*. *d* = 11, *a* = 10, *b* = 15.

Таблица 2 – Изменение параметра *с*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение *c* | Значение  *Eps* | Значение  *Delta* | Значение  *X* | Значение  *νΔ\_*max | Значение  *νΔ* | Значение  *νΔ* ≤ *νΔ\_*max |
| 200 | 0.01 | 0.1 | 10.996094 | 0.1 | 0.005 | хор. |
| 20 | 0.01 | 0.1 | 10.996094 | 0.1 | 0.05 | хор. |
| 0.2 | 0.01 | 0.1 | 11.015625 | 0.1 | 5 | пл. |
| 0.02 | 0.01 | 0.1 | 11.015625 | 0.1 | 50 | пл. |

В табл. 3 *Eps* и *c* постоянные, меняется *Delta*. *d* = 11, *a* = 10, *b* = 15.

Таблица 3 – Изменение параметра *Delta*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение *c* | Значение  *Eps* | Значение  *Delta* | Значение  *X* | Значение  *νΔ\_*max | Значение  *νΔ* | Значение  *νΔ* ≤ *νΔ\_*max |
| 25 | 0.01 | 1 | 11.015625 | 0.01 | 0.04 | пл. |
| 25 | 0.01 | 0.1 | 10.996094 | 0.1 | 0.04 | хор. |
| 25 | 0.01 | 0.01 | 10.996094 | 1 | 0.04 | хор. |
| 25 | 0.01 | 0.001 | 10.996094 | 10 | 0.04 | хор. |

В табл. 4 изменяется только значение *Eps*. *d* = 11, *a* = 10, *b* = 15.

Таблица 4 – Изменение параметра *Eps*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение *c* | Значение  *Eps* | Значение  *Delta* | Значение  *X* | Значение  *νΔ\_*max | Значение  *νΔ* | Значение  *νΔ* ≤ *νΔ\_*max |
| 2 | 1 | 0.01 | 11.25 | 100 | 0.5 | хор. |
| 2 | 0.1 | 0.01 | 11.09375 | 10 | 0.5 | хор. |
| 2 | 0.01 | 0.01 | 10.996094 | 1 | 0.5 | хор. |
| 2 | 0.001 | 0.01 | 10.999756 | 0.1 | 0.5 | пл. |

В табл. 5 изменяются *c* и *Delta*, *Eps* постоянная. *d* = 11, *a* = 10, *b* = 15.

Таблица 5 – Изменение параметров *c* и Delta

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение *c* | Значение  *Eps* | Значение  *Delta* | Значение  *X* | Значение  *νΔ\_*max | Значение  *νΔ* | Значение  *νΔ* ≤ *νΔ\_*max |
| 200 | 0.01 | 1 | 10.996094 | 0.01 | 0.005 | хор. |
| 20 | 0.01 | 0.1 | 10.996094 | 0.1 | 0.05 | хор. |
| 0.2 | 0.01 | 0.01 | 11.015625 | 1 | 5 | пл. |
| 0.02 | 0.01 | 0.001 | 11.015625 | 10 | 50 | пл. |

Если значение *νΔ* ≤ *νΔ\_*max  - хор., то будем считать, что задача хорошо обусловлена, иначе пл. – плохо.

**Выводы.**

Проанализировав данные вычислительного эксперимента можно сделать вывод, что обусловленность задачи нахождения корня уравнения *f*(*x*) = 0 для линейной функции *f*(*x*) = *c*(*x*-*d*) прямо пропорциональна абсолютной величине тангенса угла наклона прямой и точности задания исходных данных, и также обратно пропорциональна точности вычисления корня.

Можно утверждать, что максимальное значение абсолютного числа обусловленности определяется требуемой точностью результата и точностью входных данных. Если число абсолютной обусловленности превышает максимальное значение, то результат не будет обладать требуемой точностью. В противном случае задача обусловлена хорошо, то есть точность результата будет соответствовать требуемой точности.

Приложение А

**ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ**

#include <math.h>

#include <stdio.h>

#include <stdlib.h>

#include <conio.h>

double delta, c, d;

double BISECT(double, double, double, int&);

double F(double);

double Round(double, double);

int main() {

int k;

long int s;

float a1, b1, c1, d1, eps1, delta1;

double a, b, eps, x;

printf("Введите eps: ");

scanf\_s("%f", &eps1);

eps = eps1;

printf("Введите c: ");

scanf\_s("%f", &c1);

c = c1;

printf("Введите d: ");

scanf\_s("%f", &d1);

d = d1;

printf("Введите a: ");

scanf\_s("%f", &a1);

a = a1;

printf("Введите b: ");

scanf\_s("%f", &b1);

b = b1;

printf("Введите delta: ");

scanf\_s("%f", &delta1);

delta = delta1;

x = BISECT(a, b, eps, k);

printf("x = %lf k = %d\n", x, k);

printf("eps=%lf c=%lf d=%lf a=%lf b=%lf delta=%lf\n", eps, c, d, a, b, delta);

return 0;

}

double BISECT(double Left, double Right, double Eps, int &N) {

double E = fabs(Eps) \* 2.0;

double FLeft = F(Left);

double FRight = F(Right);

double X = 0.5 \* (Left + Right);

double Y;

if (FLeft \* FRight > 0.0) {

puts("Неверное задание интервала\n");

exit(1);

}

if (Eps <= 0.0) {

puts("Неверное задание точности\n");

exit(1);

}

if (FLeft == 0.0) {

return Left;

}

if (FRight == 0.0) {

return Right;

}

for (N = 0; Right - Left >= E; N++) {

X = 0.5 \* (Right + Left); // вычисление середины отрезка

Y = F(X);

if (Y == 0.0) {

return (X);

}

if (Y \* FLeft < 0.0) {

Right = X;

}

else {

Left = X;

FLeft = Y;

}

}

return X;

}

double F(double x) {

extern double c, d, delta;

double s;

long S;

s = c \* (x - d);

if (s / delta < 0) {

S = s / delta - 0.5;

}

else {

S = s / delta + 0.5;

}

s = S \* delta;

s = Round(s, delta);

return s;

}

double Round(double X, double Delta) {

if (Delta <= 1E-9) {

puts("Неверное задание точности округления\n");

exit(1);

}

if (X > 0.0) {

return Delta \* long(X / Delta + 0.5);

}

else {

return Delta \* long(X / Delta - 0.5);

}

}